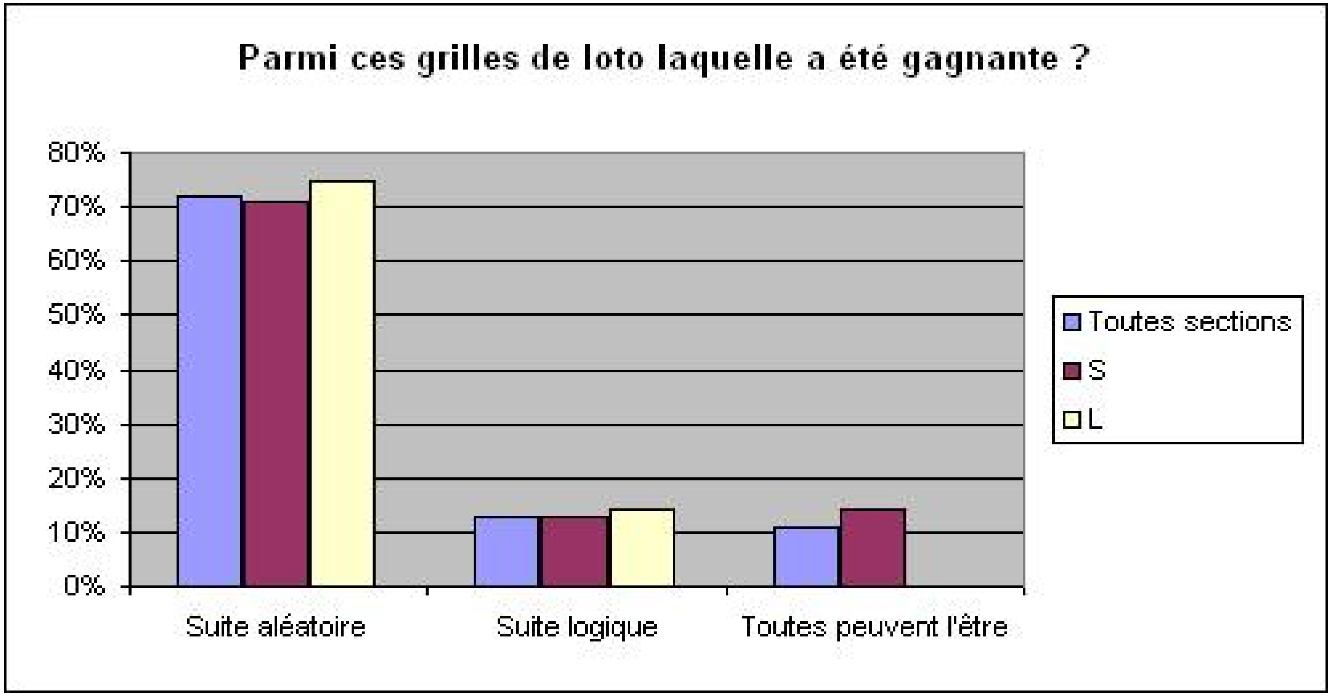
Le loto

Une suite aléatoire de nombres a-t-elle autant de chances de tomber au loto qu'une suite de nombres obéissant à une logique mathématique ?

L'erreur :

- Voici les résultats du sondage que nous avons mené auprès de 135 lycéens :
  - 72% des sondés choisissent une suite aléatoire
  - 13% se risquent à prendre une grille logique
  - Enfin, 11% prendraient l'une comme l'autre.



Le loto

Nous nous sommes posés deux questions :

1. Combien de chances une liste de six numéros a-t-elle de sortir au loto ?
2. Une suite de nombres « remarquable » (ayant une logique mathématique, par exemple [2-4-6-8-10-12]) a-t-elle plus de chances de sortir qu’une suite de nombres aléatoire ?

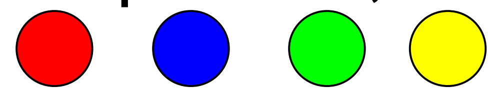
1. Combien de chances une liste de six numéros a-t-elle de sortir au loto ?

Une probabilité est égale au nombre de cas favorables divisé par le nombre de cas total.

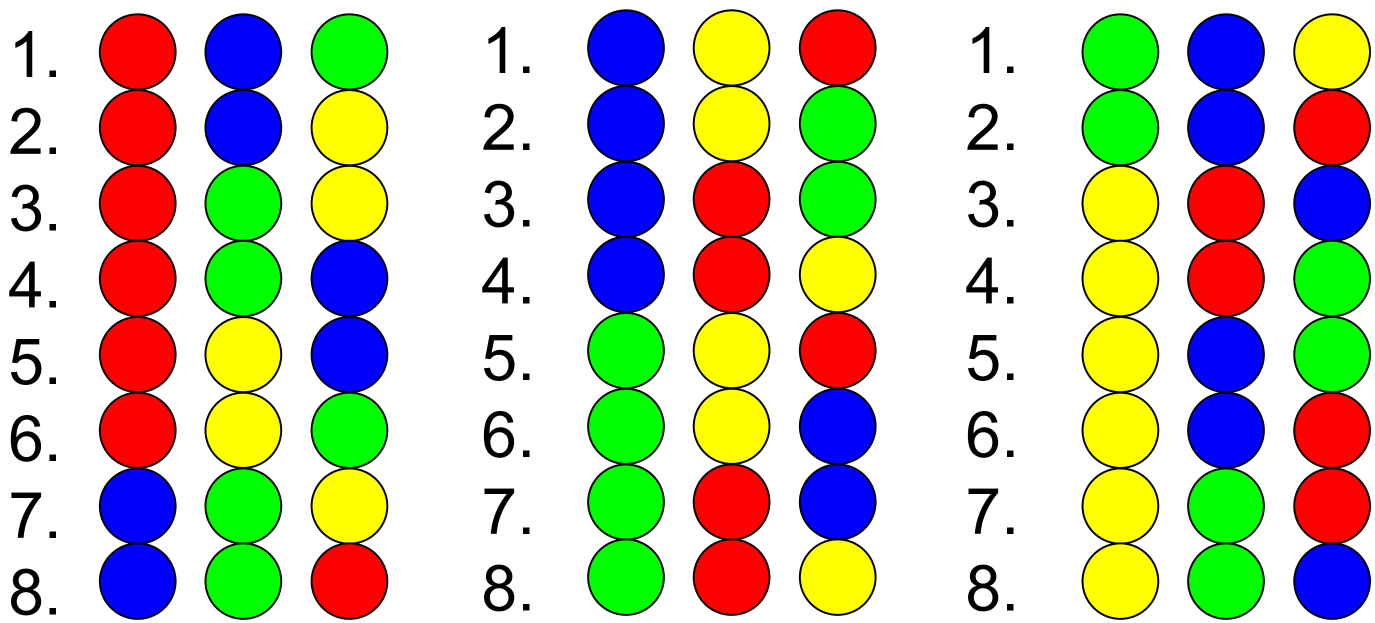
$$probabilit\acute{e} = \frac{nombre\_de\_cas\_favorables}{nombre\_total\_de\_cas}$$

Arrangements : $A_n^p = n(n-1)\dots(n-p+1)$

- On appelle Arrangements de p éléments parmi n le nombre de p-listes prises parmi n, en tenant compte de l'ordre.

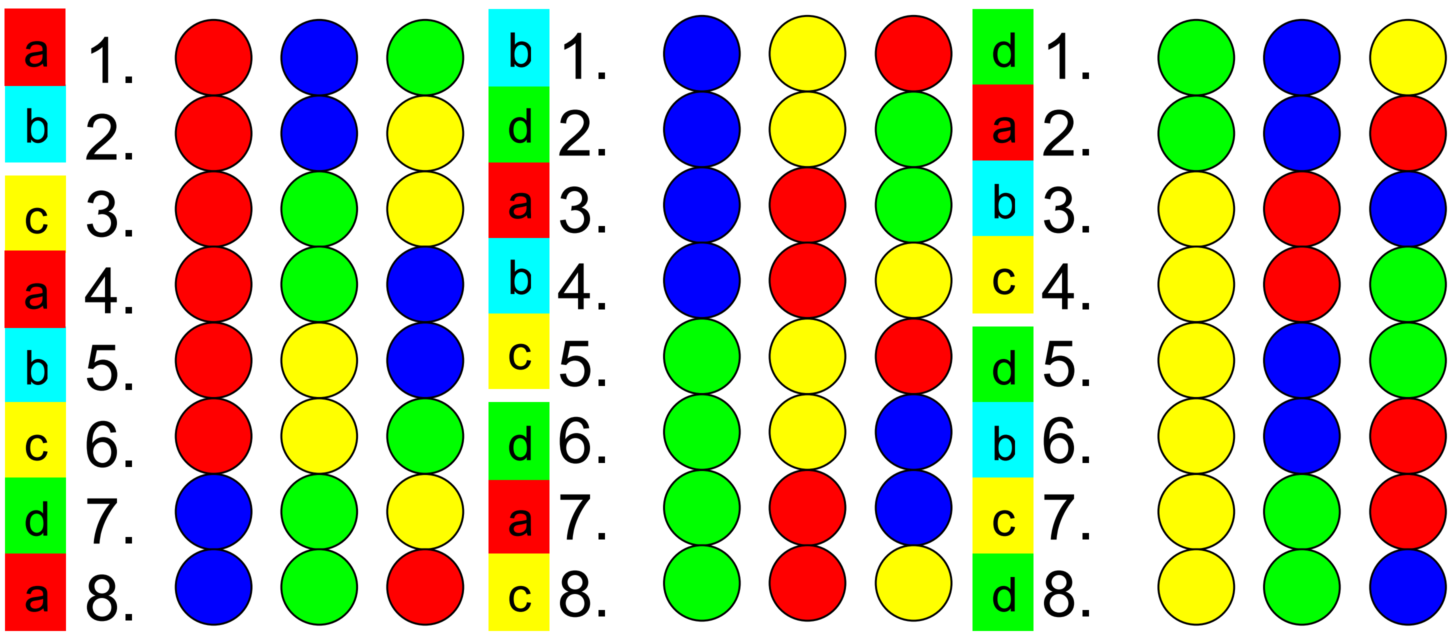


- Exemple avec quatre billes : une rouge, une bleue, une verte, et une jaune. On veut en prendre 3 parmi ces 4.



Introduction aux Combinaisons

- Le problème est qu’au loto, on ne choisit pas l’ordre des numéros : prendre 28-48-22 revient à prendre 48-22-28.
- Dans la grille précédente, il faut donc enlever les « doublons ».
- On les a représentés avec des lettres : a,b,c,d



Combinaisons : C_n^p

- On remarque que chacun des **quatre** doublons apparaît **six** fois.
- On pourra le vérifier avec plus ou moins de billes, le nombre de réapparition de chaque type est toujours égal à *p! = p*(p-1)*(p-2)…2*1.*
- Par conséquent, pour obtenir le nombre de listes qui ont les mêmes couleurs, pas dans le même ordre, on doit diviser le nombre d'arrangements par *p!*.
- Dans cet exemple, on trouve : $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{24}{6} = 4$

Réponse à la question 1

- Dans le cas du loto, on choisit 6 numéros parmi 49 (On négligera le numéro complémentaire). Le nombre de cas favorables est évidemment 1 et le nombre de possibilités est égal à C_n^p .
- La probabilité est égale à :

$$\frac{nombre\_de\_cas\_favorables}{nombre\_de\_cas\_total} = \frac{1}{C_{49}^{6}} = \frac{1}{\frac{A_{49}^{6}}{6!}} = \frac{6!}{A_{49}^{6}}$$

$$= \frac{720}{10068347520} = \frac{1}{13983816} \approx \frac{1}{14'000'000}$$

2. Une suite de nombres « remarquable » (ayant une logique mathématique, par exemple [2-4-6-8-10-12]) a-t-elle plus de chances de sortir qu’une suite de nombres aléatoire ?

Définitions

- Nous appellerons suite « aléatoire » une suite de nombres sans aucune logique, par exemple :
  - [15-5-14-6-33-40]
  - [46-44-12-31-20-47]
- Nous appellerons suite « remarquable » une suite de nombres obéissant à une certaine logique, par exemple :
  - [1-2-3-4-5-6]
  - [5-10-15-20-25-30]
  - [49-48-47-46-45-44]
  - [2-3-5-7-11-13]

Réponse à la question 2

- Une liste de nombres a strictement autant de chances de sortir qu'une autre : [1-2-3-4-5-6] a strictement autant de chances de sortir que [46-21-10-31-6-13].
  - Alors pourquoi ne voit-on pas souvent de listes remarquable au loto ?
- C'est tout simplement parce que le nombre de listes aléatoires dépasse de beaucoup le nombre de listes remarquables. Alors évidemment, s'il y a 1% de listes remarquables, les chances d'apparition d'une liste remarquable seront de 1/100.

Conclusion

- Qu’est-ce qui nous pousse à choisir une liste ordonnée plutôt qu’une liste aléatoire ? Pourtant chaque liste a une probabilité identique de sortir : une chance sur 14 millions. Peut-être que nous nous posons une autre question : *« Est-il plus probable qu’il sorte une grille ordonnée ou aléatoire ? »*. La réponse à cette question est bien sûr qu’une grille aléatoire a plus de chances de sortir qu’une grille ordonnée : il y en a tout simplement plus.